



LA LOGIQUE COMBINATOIRE

Sommaire :

- La logique combinatoire : définition
- Conventions
 - o Etats des contacts et des récepteurs
 - o Etat d'un circuit électrique
 - o Chronogramme
- Définitions
 - o Contact NO
 - o Contact NC
- Fonctions logiques
 - o Oui
 - o Non
 - o Et
 - o Ou
 - o Nor
 - o Nand
- Relations caractéristiques de la logique booléenne
- Fonctions universelles NAND et NOR
- Tableaux de Karnaugh

**Document
Professeur**



BTS ATI

NOM

PRENOM

COURS / SYNTHESE

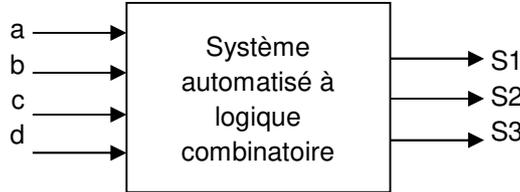
TD / TP

TEST / EVALUATION

NOTE D'INFORMATION

LA LOGIQUE COMBINATOIRE : DEFINITION

Schéma :

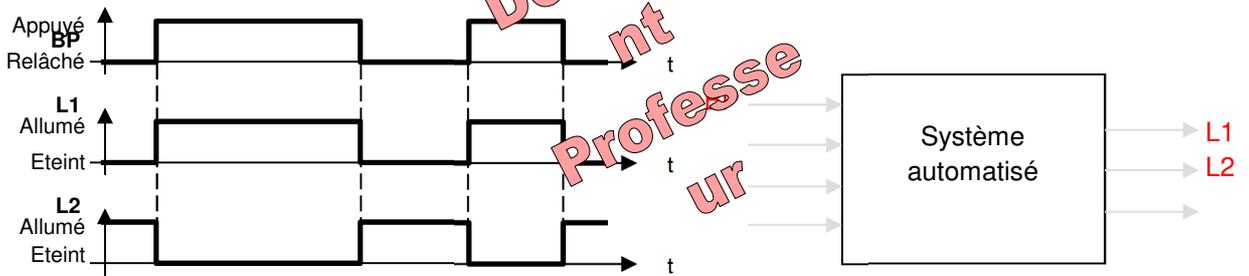


Définition :

C'est une logique de combinaison de variable, c'est à dire que pour une **combinaison d'entrées donnée**, il ne correspond **qu'une et une seule combinaison de sortie**.

Exercice d'application :

Un système (A) composé d'un bouton poussoir (BP) et de deux LED (L1, L2) se comporte comme suivant :

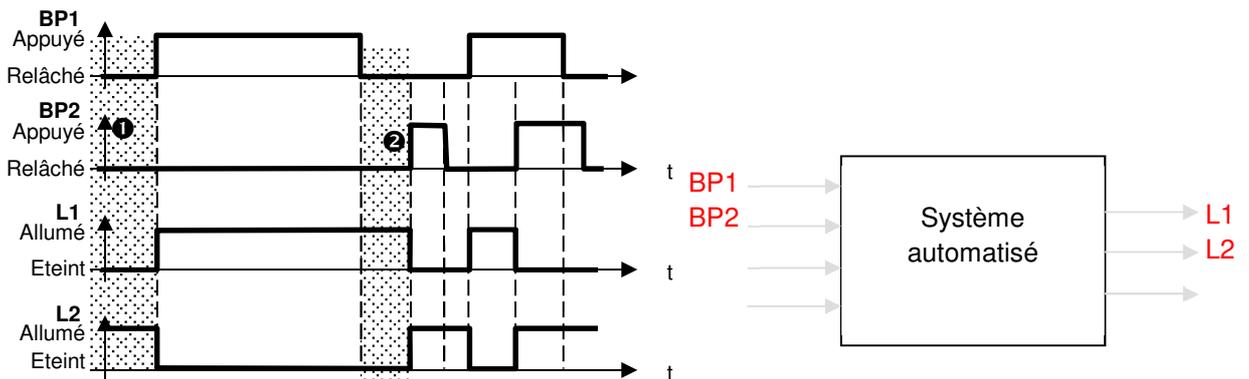


1 seul état de sortie (L1, L2), pour chaque possibilité de BP

L2 = pas Bp et L1 = Bp1

Système logique COMBINATOIRE

Un système (B) composé de deux boutons poussoirs (BP1, BP2) et de deux LED (L1, L2) se comporte comme suivant :



Plusieurs états possibles de (L1, L2) pour le même état de (BP1, BP2) par exemple (BP1, BP2) = (0, 0) on a un coup (L1, L2) = (0, 1) en ❶ puis on a (L1, L2) = (1, 0)

BP1 allume L1, BP2 éteint L1, BP1 prioritaire sur BP2 et le reste du temps la sortie n'évolue pas.

⇒ Système logique NON COMBINATOIRE (SEQUENTIELLE)



BTS ATI

NOM

COURS / SYNTHESE

PRENOM

TD / TP

TEST / EVALUATION

NOTE D'INFORMATION

II/ CONVENTIONS :

2.1/ Etat des contacts et des récepteurs TOR.

Un circuit électrique, pneumatique, hydraulique peut avoir 2 états logiques. Ces états peuvent prendre les valeurs **1** ou **0**.

Etat 0 :

Les actionneurs tels que : moteurs, vérins, lampe sont à l'état 0 lorsqu'ils ne sont pas **alimentés**. Le circuit est alors ouvert. Pour un circuit pneumatique ceci correspond à une absence de pression. Pour un circuit électrique cela correspond à une absence de différence de potentiel entre les bornes du composant à alimenter.

Pour un contact, c'est l'absence **d'action physique** intervenant sur un contact qui représente l'état 0. On dit qu'il est **au repos**.

État 1 :

Les actionneurs sont à l'état 1 lorsqu'ils sont **alimentés**. Pour un circuit pneumatique ou hydraulique ceci correspond à une pression d'air ou d'huile dans le circuit. Pour un circuit électrique cela correspond à une différence de potentiel entre les bornes du composant à alimenter.

Pour un contact, c'est une **action physique** qui agit sur le contact qui représente l'état 1. On dit qu'il est **au travail**.

2.2/ Etat d'un circuit électrique :

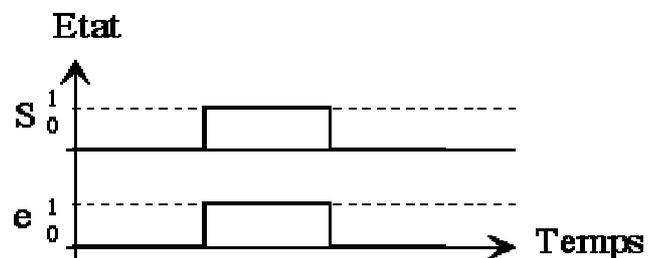
Un circuit électrique est dit passant, ou fermé, lorsqu'un courant électrique **circule** dans ce circuit. Cela implique qu'il y ait continuité de ce circuit, c'est à dire que les contacts du circuit **établissent** le circuit.

Un circuit électrique est non passant, ou ouvert, si le courant ne peut pas circuler dans ce circuit.

Un circuit électrique comprend au minimum, une source d'énergie, un récepteur et un contact.

2.3/ Chronogramme :

Un chronogramme est une représentation de **l'évolution temporelle des variables d'entrées et de sorties** d'un système automatisé.





BTS ATI

NOM

PRENOM

COURS / SYNTHESE

TD / TP

TEST / EVALUATION

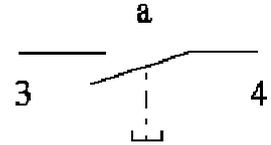
NOTE D'INFORMATION

III/ DEFINITION :

3.1/ Contact Normalement Ouvert NO (à fermeture « F ») :

C'est un contact qui est normalement ouvert (Normally Open) au repos. Il se ferme lorsqu'il est actionné. On désigne ce type de contact par des lettres minuscules a, b, c... Ses bornes sont repérées par les chiffres 3 et 4.

Symbole :

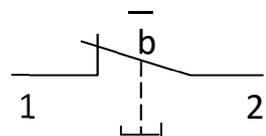


Contact ouvert au repos (NO)

3.2/ Contact Normalement Fermé NC (ou à ouverture « O ») :

C'est un contact qui est normalement fermé (Normally Closed) au repos et qui s'ouvre lorsqu'il est actionné. On désigne ce type de contact par des lettres (/b se lit "b barre"). Ses bornes sont repérées par les chiffres 1 et 2.

Symbole :



Contact fermé au repos (NC)

Document
Professeur

IV/ FONCTIONS LOGIQUES :

George Boole est le père fondateur de la logique moderne et son algèbre booléenne nous permet de résoudre les problèmes de logique combinatoire.



Les fonctions logiques sont des opérateurs logiques. C'est à dire qu'en fonction d'une ou plusieurs variables booléennes (binaires) données, ils vont répondre par une sortie particulière.

4.1/ Fonction OUI

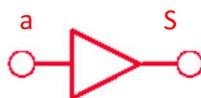
La sortie S reproduit la variable d'entrée a.

Table de vérité

a	S
0	0
1	1

Symboles logiques

Américain (ANSI)



Européen (CEI)



Equation

$$S = a \text{ (se dit S égale a)}$$

Schéma à contacts



Chronogramme





4.2/ Fonction NON (NOT)

La sortie S reproduit l'inverse de la variable d'entrée a.

Table de vérité

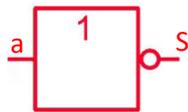
a	S
0	1
1	0

Symboles logiques

Américain



Européen



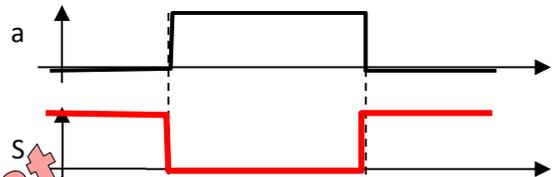
Equation

$$S = \bar{a} \text{ (se dit a barre ou a complémenté ou non a)}$$

Schéma à contacts



Chronogramme



Nota : En électronique, une porte NON est plus communément appelée inverseur. Le cercle utilisé sur la représentation est appelé « bulle », et on l'utilise généralement dans les diagrammes pour montrer qu'une entrée ou une sortie est inversée.

4.3/ Fonction ET (AND)

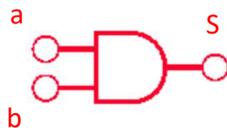
La sortie S est vraie si les entrées a et b sont simultanément à 1 le reste du temps elle est fausse.

Table de vérité

a	b	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Symboles logiques

Américain



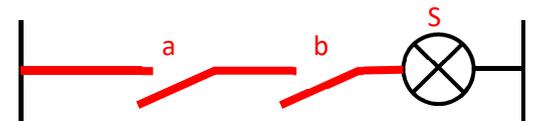
Européen



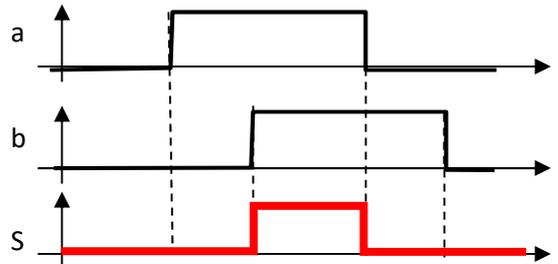
Equation

$$S = a \cdot b \text{ (se dit S égale a ET b)}$$

Schéma à contacts



Chronogramme





4.4/ Fonction OU (OR)

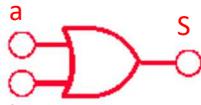
La sortie S est vraie si une des entrées a ou b est à 1 le reste du temps elle est fausse.

Table de vérité

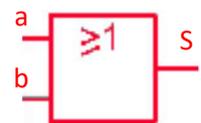
a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Symboles logiques

Américain



Européen



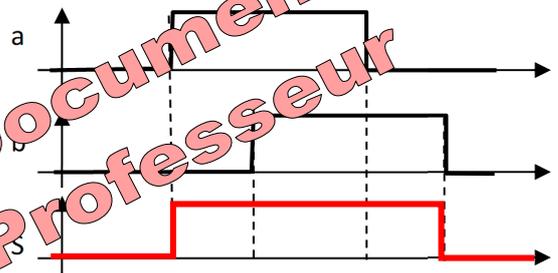
Equation

$$S = a + b \text{ (se dit S égale a ou b)}$$

Schéma à contacts



Chronogramme



4.5/ Fonction NOR ou OU NON

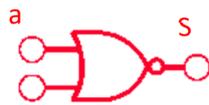
La sortie S reproduit l'inverse de la somme logique des variables d'entrée a et b. La fonction NOR est une fonction universelle, c'est à dire que les fonctions OUI, NON, OU, ET peuvent être réalisées avec uniquement des opérateurs NOR.

Table de vérité

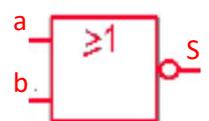
a	b	a + b	S
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Symboles logiques

Américain



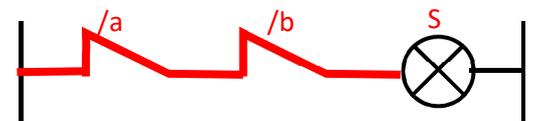
Européen



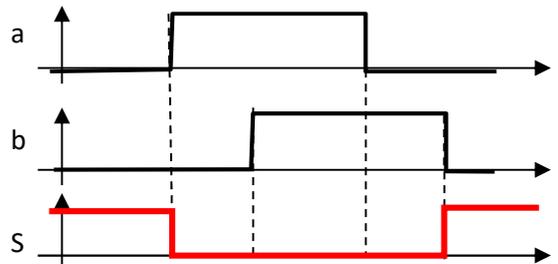
Equation

$$S = \overline{a + b} \text{ (se dit S égale (a ou b) barre)}$$

Schéma à contacts



Chronogramme





4.6/ Fonction NAND (ET NON)

S reproduit l'inverse du produit logique des variables d'entrée a et b. La fonction NAND est aussi une fonction universelle.

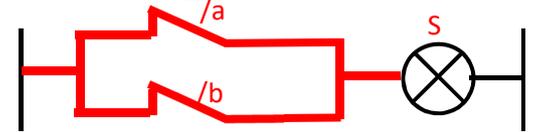
Table de vérité

a	b	a . b	S
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Equation

$$S = \overline{(a \cdot b)} \text{ (se dit S égale (a et b) barre)}$$

Schéma à contacts

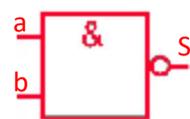


Symboles logiques

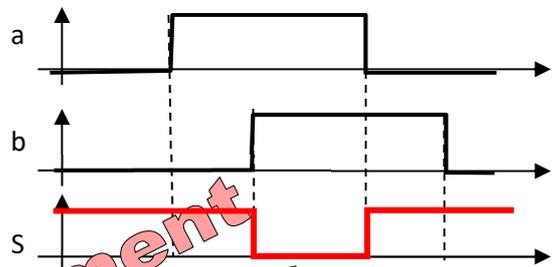
Américain



Européen



Chronogramme



V/ RELATIONS CARACTERISTIQUES DE LA LOGIQUE BOOLEENNE

5.1/ Propriétés diverses

Propriété des sommes logiques	Propriétés des produits logiques	Propriété de la complémentation
<p>$a + 1 = 1$</p>	<p>$a \cdot 1 = a$</p>	$f(a) = \overline{\overline{a}}$ Se dit a barre ou non a ou a complémenté
<p>$a + 0 = a$</p>	<p>$a \cdot 0 = 0$</p>	$\overline{\overline{1}} = 0$
<p>$a + a = a$</p>	<p>$a \cdot a = a$</p>	$\overline{\overline{0}} = 1$
<p>$a + \overline{a} = 1$</p>	<p>$a \cdot \overline{a} = 0$</p>	$\overline{\overline{a}} = a$



5.2/ Propriétés des fonctions

Priorité des opérations	Commutativité	Associativité	Distributivité	Absorption
Les termes entre parenthèses <i>sont prioritaires sur tout le reste</i>	$a + b$ $= b + a$	$a . (b . c)$ $= (a . b) . c$ $= a . b . c$	$(a + b) . c$ $= (a . c) + (b . c)$ $= a . c + b . c$	$a + a . b$ $= a$ $a + /a . b$ $= a + b$
La fonction ET est <i>prioritaire</i> sur la fonction OU	$a . b$ $= b . a$	$a + (b + c)$ $= (a + b) + c$ $= a + b + c$	$(a . b) + c$ $= (a + c) . (b + c)$	$a . (a + b)$ $= a$ $a . (/a + b)$ $= a . b$

5.4/ Théorème d'Augustus De Morgan :

Le complément d'un produit logique de variables est égal à la somme logique des compléments de variables.

$$/(a . b) = /a + /b$$

Le complément d'une somme logique de variables est égal au produit logique des compléments de variables.

$$/(a + b) = /a . /b$$

Document
Professeur



VI/ FONCTIONS UNIVERSELLES NAND ET NOR:

Ces fonctions sont dites universelles car elles permettent de réaliser

Exercices d'application

Réaliser les fonctions de base à partir de fonction NAND et NOR

	Avec des portes NAND	Avec des portes NOR
Fonction NON		
FONCTION ET		
FONCTION OU		

Document
Professeur



VII/ TABLEAUX DE KARNAUGH :

Un tableau de Karnaugh est un tableau représentatif du comportement d'une variable.

Ce tableau a pour but de simplifier l'écriture de l'équation de fonctionnement. Il est utilisé principalement en logique combinatoire.

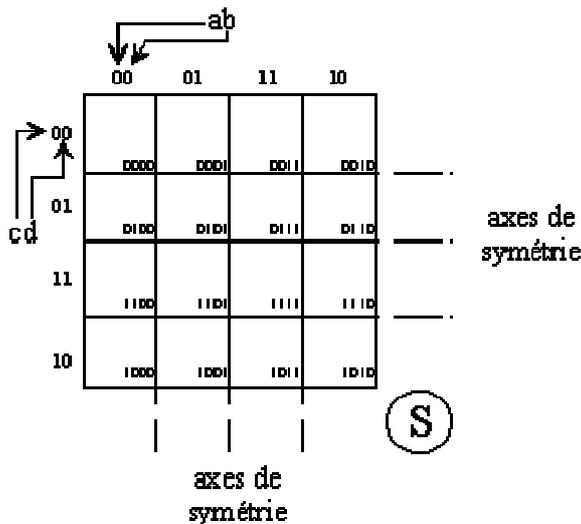
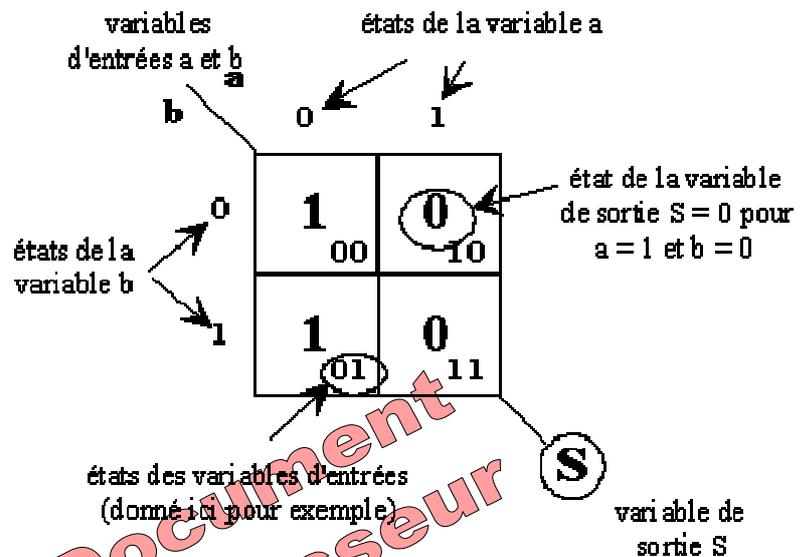
Dans ce tableau chaque case correspond à une combinaison d'entrées de la variable. Dans chaque case on reporte l'état de la variable [0,1].

Exemple :

La variable de sortie S est active dans deux cas. Les deux combinaisons de sortie sont respectivement pour a et b, [0,0] ou [0,1].

L'utilisation du tableau de Karnaugh permet de déterminer très rapidement l'équation simplifiée de la variable S. Pour cela, il faut rechercher les variables d'entrée qui n'influent pas sur le comportement de la variable de sortie. Dans notre exemple les 1 sont dans une colonne, le résultat va donc dépendre uniquement de la variable associée à cette colonne, ici « a ». La variable de ligne « b » n'a pas d'influence car quel que soit l'état de b (0 ou 1), la variable de sortie reste à 1.

L'équation de sortie sera donc $S = \bar{a}$.



Lorsqu'un système présente 4 variables d'entrée le principe est le même (sauf qu'il faut modifier le tableau). Il faut remarquer la construction de ce tableau. Sur l'exemple suivant, on remarque que pour passer de la première colonne du tableau [a,b] = [0,0] à la dernière colonne [a,b] = [1,0] seule la variable "a" a évolué. On utilise donc le **code Gray**



BTS ATI

NOM

COURS / SYNTHESE

PRENOM

TD

TP

NOTE D'INFORMATION

Ce tableau doit être complété par l'état de la sortie à analyser.

Une fois terminé on procédera par regroupement des cases indiquant des états identiques par rapport aux axes de symétrie.

Exemple :

Dans l'exemple ci-contre trois groupements sont possibles. Chacun d'entre eux va donner une partie de l'équation de fonctionnement de "S".

Le groupement 1 se fait sur une ligne donc indépendamment de "a" ou de "b" puisque ces deux variables changent d'état successivement. L'équation de ce groupement donne **c.d**.

Le groupement 2 se fait sur une colonne et deux lignes l'équation va dépendre de "a, b, d" et pas de "c" puisque "c" change d'état entre les deux lignes sans influencer sur la sortie. L'équation de ce groupement donne : **a.b.d**.

Le groupement 3 se fait sur deux lignes et deux colonnes, ici ce cas est particulier puisque les cases ne sont pas contiguës, mais il est possible. L'équation va dépendre des variables "b, d" et non des variables a, c puisque ces variables changent d'état. L'équation de ce groupement donne : **/b. /d**

Les regroupements doivent toujours contenir une puissance 2 cases.

L'équation de fonctionnement de S devient :

$$S = c \cdot d + b \cdot d + a \cdot b \cdot d$$

	ab		
cd	1	0	0
	0	0	1
	1	1	1
	1	0	0

Document
Professeur